
Université
de Liège



1, 2, 3...Sciences

Année académique 2010-2011

EXERCICES DE MATHÉMATIQUE, SECOND QUADRIMESTRE
LES MATHÉMATIQUES, OUTILS INDISPENSABLES POUR LES COURS DE
SCIENCES : QUELQUES EXEMPLES (SOLUTIONS)

1. **Loi d'Arrhenius** (19^es-20^es : physicien et chimiste suédois)

Applications

- **Décrire la rapidité de la réaction en fonction de l'énergie d'activation, à température constante.**

La fonction exponentielle étant décroissante, plus l'énergie d'activation est faible, plus la réaction à température constante est rapide.

- **La réaction $2 N_2O_5 \rightleftharpoons 2 N_2O_4 + O_2$ a lieu dans le tétrachlorure de carbone à la température ordinaire. Sachant que le coefficient de vitesse de cette réaction vaut $2,35 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ à 293 K et $9,15 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ à 303 K, calculer E_a .**

On a $E_a = 100 \text{ kJ.mol}^{-1}$

- **L'énergie d'activation de la réaction $C_4H_8 \rightleftharpoons 2 C_2H_4$ est égale à 262 kJ.mol^{-1} . A 600 K, le coefficient de vitesse vaut $6,07 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1}$. Quelle est la valeur du coefficient de vitesse à 800 K.**

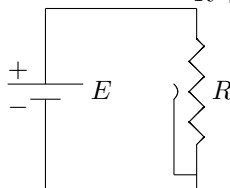
On a $k = 3,06 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$

2. **L'équation de Nernst** (19^es-20^es : physicien et chimiste allemand)

3. **L'équation des ondes.**

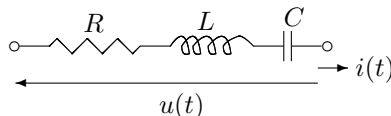
4. **En hydrogéologie**

5. **Un générateur de force électromotrice E et de résistance interne r débite sur une résistance extérieure R variable. Quelle est la valeur de R pour que la puissance P dégagée dans R soit maximale si $P = RI^2$ avec $I = \frac{E}{R+r}$?**



On a $R = r$ pour que la puissance soit maximale.

6. **Un circuit électrique RLC série est composé d'une résistance R , d'une self d'inductance L et d'un condensateur de capacité C placés en série.**



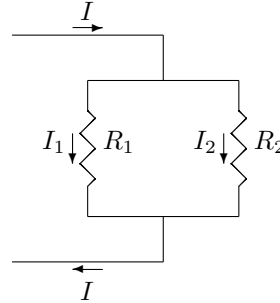
La différence de potentiel aux bornes du circuit est donnée par la somme des différences de potentiel aux bornes des différents éléments soit

$$u(t) = Ri(t) + LDi(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt.$$

Que vaut la différence de potentiel $u(t)$ lorsque le circuit est parcouru par un courant alternatif $i(t) = I \cos(\omega t)$?

La différence de potentiel vaut $u(t) = RI \cos(\omega t) - IL\omega \sin(\omega t) + \frac{I}{\omega C} \sin(\omega t)$

7. Un circuit électrique est constitué de deux résistances en parallèle R_1 et R_2 . Connaissant le courant extérieur I , calculer les intensités des courants I_1 et I_2 dans chaque résistance sachant que $I = I_1 + I_2$ et que les différences de potentiel ($V = RI$) aux bornes de chaque résistance sont égales.



Les intensités des courants sont respectivement $I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ et $I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

8. a) Le nombre d'années de fonctionnement d'un appareil de télévision est une variable aléatoire X exponentielle de taux $\lambda = 1/4$. Si vous achetez un téléviseur neuf, quelle est la probabilité qu'il ne fonctionne plus après 4 ans ?

La probabilité pour que le téléviseur ne fonctionne plus après 4 ans vaut $1 - \frac{1}{e}$.

- b) La durée de vie d'un élément radioactif peut être modélisée par une loi exponentielle négative de taux $1/5$. En voulant mesurer cette durée de vie on commet une erreur aléatoire indépendante de la durée de vie et uniformément distribuée dans $[-0,1; 0,1]$. Que vaut la probabilité que la durée de vie mesurée soit inférieure à 0,2 ?

La probabilité que la durée de vie mesurée soit inférieure à 0,2 est de 0,039.

9. Suite à une maladie dégénérative grave, on estime la fonction de survie S par un modèle exponentiel de taux $1/2$. Que vaut la survie à 4 ans ? Deux ans après le diagnostic, que vaut à nouveau la probabilité qu'il soit toujours en vie dans 4 ans ?

La probabilité de survie dans 4 ans vaut $\frac{1}{e^2}$ et est la même après 2 ans.

10. Des expérimentateurs placent des souris dans un labyrinthe composé de couloirs et de deux pièces. Du point de départ, chaque souris se rend finalement soit dans la pièce I où elle est récompensée par un fromage, soit dans la pièce II où elle ne gagne aucune récompense. Quand on répète cette expérience, on observe que 80% des souris qui sont entrées une fois dans la pièce I y retournent la fois suivante, par contre, 60% des souris qui sont entrées dans la pièce II vont la fois suivante dans la pièce I. On suppose que, la première fois, autant de souris choisissent la pièce I que la pièce II.

A très long terme, quelle sera la répartition des souris entre les deux pièces ?

A très long terme, 75 % des souris choisissent la pièce I et 25 % la pièce II.